

მაგიდა № 7

26.04.2015/ მათ/IV/ 708

ამოცანა №

4

გვერდი №

1

$$(x^2 - 6x + 8) \cdot P(x) = (x^2 + 2x) \cdot P(x - 2)$$

$$(x - 2)(x - 4) \cdot P(x) = x(x + 2) \cdot P(x - 2)$$

$$P(x) \equiv a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$$

ჩვენ ვეძებთ $\forall x \in \mathbb{R}$ -ისთვის სხვადასხვა ჩვენთვის

$$x = 2 \rightarrow P(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$$

სხვა ჩვენთვის

$$x = 4 \rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 = 0$$

$$x = -2 \rightarrow P(-2) = 0 \Rightarrow a_n \cdot (-2)^{n-1} + a_{n-1} \cdot (-2)^{n-2} + \dots + a_1 = 0$$

$$x = 1 \quad 3P(1) = 3P(-1) \Rightarrow P(1) = P(-1)$$

$P(x)$ -ის ფორმულა ჩვენთვის მოუძებნა ~~მომცემი~~ ^{მომცემი} ~~მომცემი~~

$$(x - 2)(x - 4) \cdot (a_n \cdot x^{n-1} + \dots + a_1) = x(x + 2) \cdot (a_n(x - 2)^{n-1} + \dots + a_1)$$

$$(x - 4)(a_n \cdot x^{n-1} + \dots + a_1) = (x + 2) \cdot (a_n(x - 2)^{n-1} + \dots + a_1) \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{matrix}$$

ეს სხვადასხვა $\forall x \in \mathbb{R}$ -ისთვის, გარდა 0 -ისა და 2 -ის, ზედა
ეს პირველი სხვადასხვა $\forall x \in \mathbb{R}$ -ისთვის, გარდა 0 -ისა და 2 -ის, ზედა
 x^i -ის კოეფიციენტები შევადარებთ და შევადარებთ
ყველა იქნება



მაგიდა № 7

26.04.2015/ მათ/IV/ 708

ამოცანა №

4

გვერდი №

2

ღვებხმთ ლავისუფალ ტევეზის უოჯომა

$$-4a_1 = 2(a_n \cdot (-2)^{n-1} + a_{n-1} \cdot (-2)^{n-2} + \dots + a_1)$$

ძიჯვეს მხახე ვოთი ლომ 0-ია ზა (P(-2)=0 - ღნ) =>

$$\Rightarrow -2a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0$$

ძელ ღვებხმთ x^{n-1} -ის კოეფიციენტის უოჯომა

$$-4a_n + a_{n-1} = 2a_n - a_n \cdot 2 \cdot C_{n-1}^1 + a_{n-1} \quad (\text{ნოეჯომის წიომ-})$$

წოთ ლომ ღვებხმთ ძიჯვეს მხახე (x-2)-ის ხახსეტი ღმ
ბიჯიღემა).

$$a_n \cdot (2n-2-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_n = 0 \\ n = 4 \end{cases}$$

ჯეი ღნჯახიჯომა $a_n = 0$,

$$(x-4) \cdot (a_{n-1} \cdot x^{n-2} + a_{n-2} \cdot x^{n-3} + \dots + a_2 \cdot x) = (x+2) \cdot (a_{n-1} \cdot (x-2)^{n-2} + \dots + a_2 \cdot (x-2))$$

ღვებხმთ x^{n-2} -ის კოეფიციენტის უოჯომა

$$-4a_{n-1} + a_{n-2} = 2a_{n-1} - 2a_{n-1} \cdot C_{n-2}^1 + a_{n-2}$$

$$a_{n-1} \cdot (2n-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_{n-1} = 0 \\ n = 5 \end{cases}$$



მაგიდა № 7

26.04.2015/ მათ/IV/ 708

ამოცანა №

4

გვერდი №

3

$n=5$ იგივე შემთხვევაა, ხუც შინაშე $n=4$ ხაფან ამ
შემთხვევაში $a_n=0$ ანუ იხოვე იმშენავს, ლამ $P(x)$
მე-4 ხახხხის წოდინობა.

ხოლო $a_{n-1}=0$ აქედან გუხფად ანალოგიუხუე მივიღებთ,

ლამ $\begin{cases} a_{n-2}=0 \\ n=6 \end{cases}$ - იხევე ის შემთხვევაა.

ღ $a_{n-2}=0$ აქედან ანუ ლამ გვჭყვეთ წოდოს
მივიღებთ, ლამ ყველ ცოფფოფუნდი 0-ია, ანუ $P(x)=0$.

ღ ქხაღა ეს ვახუხი ნახომს აკმყოფიღღს.

გნვიხიღღთ $n=4$: ლღფან $a_0=a_1=0$ $P(x)=a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2$

ხოლო ლღფან $P(1)=P(-1)$ $a_4 + a_3 + a_2 = a_4 - a_3 + a_2$
 $a_3=0 \Rightarrow P(x)=a_4 \cdot x^4 + a_2 \cdot x^2$

ლღფან $P(2)=0$ $a_4 \cdot 16 + a_2 \cdot 4 = 0$
 $a_2 = -4a_4 \Rightarrow P(x) = a_4 \cdot x^4 - 4a_4 \cdot x^2$



მაგიდა № 7

26.04.2015/ მათ/IV/ 708

ამოცანა №

4

გვერდი №

4

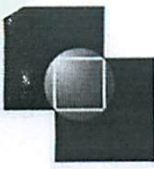
ჩვენს ვაქნის მოცემულ მხონაში და შევამოწმოთ აკმყოფი
ვიქცემს თუ არა ესა

$$(x-2)(x-4) \cdot (a_4 \cdot x^4 - 4a_4 \cdot x^2) = x(x+2) \cdot (a_4(x-2)^4 - a_4(x-2)^2)$$

$$x^2(x-2)(x-4) \cdot a_4(x^2-2)(x+2) = x(x+2)(x-2)^2 \cdot a_4(x-4) \cdot x$$

ეს იგივეობა, ანუ გვაძლავს სტოი $P(x)$.

$$\text{შსეხიო } P(x) = a \cdot x^4 - 4a \cdot x^2 \text{ სადა } a \in \mathbb{R}$$



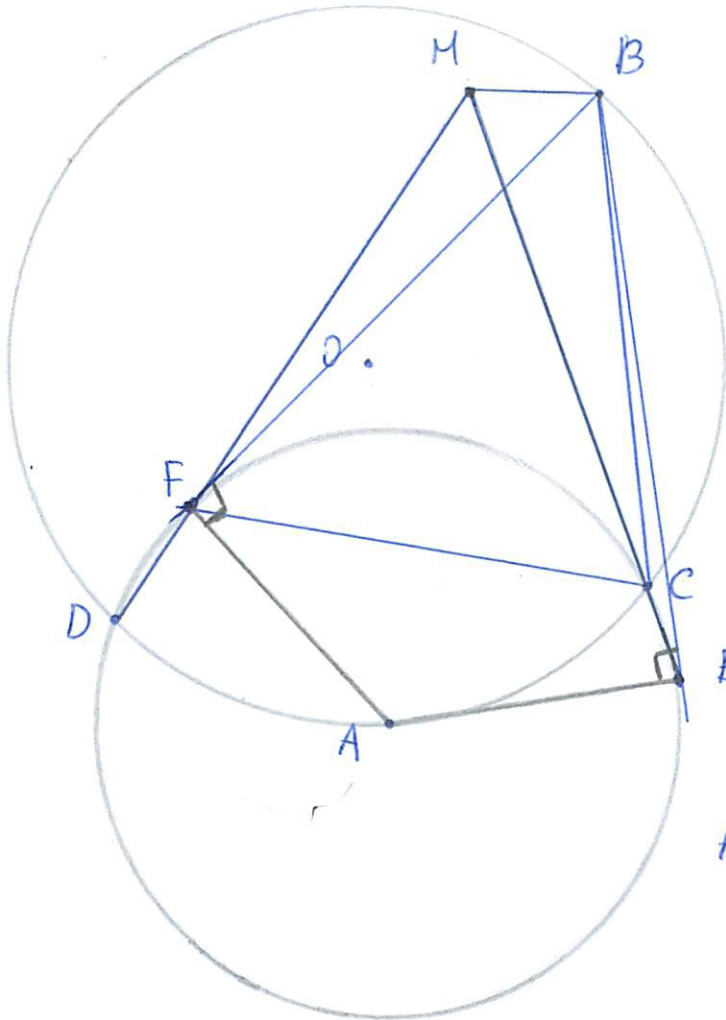
შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 7

26.04.2015/ მათ/IV/ 708

ამოცანა № 5

გვერდი № 1



$AF \perp BF$
 $AE \perp BE$
 $\angle MCF = \frac{\overset{\frown}{FE}}{2} = \frac{\angle FAE}{2} =$
 $= \frac{180^\circ - \angle FBE}{2}$
 $MF \cdot MD = MC \cdot ME$
 A სხლ $\overset{\frown}{DC}$ -ის
 შუაბმედიანა.
 $\angle BFC + \angle MEB = \frac{\overset{\frown}{FE}}{2} =$
 $= \angle FCM$
 $AO \perp CD$